

Probabilités, jeu équitable

Mégarne veut créer un jeu de hasard avec de l'argent afin de s'amuser avec ses amies lors d'une soirée entre filles. Elle ne veut cependant pas créer de chicane et décide donc que son jeu doit être équitable, donc qu'en théorie personne ne gagnera ni ne perdra d'argent.

Elle n'a qu'un dé sous la main et voici les règles qu'elle décide d'instaurer:

- Si la personne lance un 1 ou un 6, elle gagne 4\$.
- Si la personne lance un 2 ou un 5, elle doit payer 7\$.
- Si la personne lance un 3 ou un 4, elle gagne ou perd le même montant (x\$).

Aidez Mégarne à trouver qu'elle montant elle devrait associer à un lancer correspondant à un 3 ou à un 4 afin que son jeu soit équitable.



prob. d'obtenir un 1 ou un 6 sur le dé.

$$\begin{aligned} \bullet \Pr(\text{Gagner } 4\$) &= \Pr(1 \cup 6) \\ &= \Pr(1) + \Pr(6) \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \\ &= \boxed{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

$$\bullet \Pr(\text{Perdre } 7\$) = \Pr(2 \cup 5) = \Pr(2) + \Pr(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$\bullet \Pr(\text{Gagner } X\$) = \Pr(3 \cup 4) = \Pr(3) + \Pr(4) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

Jeu équitable, donc en moyenne, au long terme, on va avoir un profit nul (donc 0\$).

(Prob. gagner 4\$) × (le 4\$)

$$0 = \Pr(+4\$) \cdot (4\$) + \Pr(-7\$) \cdot (-7\$) + \Pr(X\$) \cdot (X\$)$$

$$0 = \frac{1}{3}(4\$) + \frac{1}{3}(-7\$) + \frac{1}{3}(X\$)$$

$$7\$ \left(\frac{1}{3}\right) = 4\$ \left(\frac{1}{3}\right) + X\$ \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$7\$ = 4\$ + X\$$$

$$\boxed{3\$ = X\$}$$

Ainsi, lorsque ses amies vont obtenir un 3 ou un 4, elles gagneront 3\$.