1.Sachant que l'asymptote horizontale est y = 0, trouver la règle de la fonction exponentielle représentée par cette table:

x	$f(x)$
2	1
4	0.25

2. Sachant que l'asymptote horizontale est y = -0.25, trouver la règle de la fonction exponentielle représentée par cette table:

x	$f(x)$
1	2
3	182

3. Une population de bactéries triple à toutes les 45 minutes. S'il y avait initialement 100 bactéries, après combien de temps (en heures) y aura-t-il plus de 2 millions de bactéries?

4. Résous l'équation suivante: $2.5(4^{0.5x+3})-9=217$

5. Résous l'inéquation suivante: $81(3^{x-2})+4>5$

6. Résous l'inéquation suivante: $-7(0.6^{3(2x+1)})+21\leq 0$

7. À partir des informations suivantes, trouve la règle de la fonction exponentielle:
- **Asymptote: -4**
- **Ordonnée à l'origine: 3**
- **Point sur la courbe: (4; 0.5927)**

8. Fait l'étude de la fonction suivante. (Trouver le(s) zéro(s), l'asymptote, l'ordonnée à l'origine, le domaine, le codomaine, les extremum, la croissance, la décroissance, le signe, et faire une esquisse du graphique).

$$f(x)=-4(0.25^{\frac{1}{2}(x-6)})+10$$

XXL MathTutor

1.Sachant que l'asymptote horizontale est y = 0, trouver la règle de la fonction exponentielle représentée par cette table:

↳ donc $b=0$

x	$f(x)$
2	1
4	0.25

① $\boxed{y=ac^x+b}$ (règle fonction exponentielle)

$y=ac^x$ (car asymptote => $y=0$)

② Trouver c

$1=ac^2$ $0.25=ac^4$ (2 équations, 2 inconnus)

On va diviser une des deux équations par l'autre pour que les "a" s'annulent, et ainsi pouvoir isoler notre "c" facilement (on va désormais avoir 1 équation et 1 inconnu (soit "c")).

$$\div \begin{array}{l} 0.25 = \cancel{a}c^4 \\ 1 = \cancel{a}c^2 \\ \hline 0.25 = c^2 \end{array}$$

$\pm\sqrt{0.25}=c$

$\pm 0.5 = c$

↳ car $c>0$

donc $\boxed{c=0.5}$

③ Trouver a (on prend une des 2 équations et on plug le c qu'on vient de trouver.)

$1=ac^2$

$1=a(0.5)^2$

$\boxed{4=a}$

④ Réponse

$y=ac^x+b$

$\boxed{y=4(0.5)^x}$

2. Sachant que l'asymptote horizontale est y = -0.25, trouver la règle de la fonction exponentielle représentée par cette table:

x	f(x)
1	2
3	182

$y = ac^x + b$

① $b = -0.25$ (car asymptote : $y = -0.25$)

② $2 = ac^1 - 0.25$ $182 = ac^3 - 0.25$ (2 équations, 2 inconnus)

On va diviser une des deux équations par l'autre pour que les "a" s'annulent, et ainsi pouvoir isoler notre "c" facilement (on va désormais avoir 1 équation et 1 inconnu (soit "c")).

③ J'isole une des deux variables (ici "a") de la première équation, et ④ je remplace l'équation trouvée dans l'autre équation.

③
$2 = ac^1 - 0.25$
$2.25 = ac$
$\boxed{\frac{2.25}{c} = a}$

④
$182 = ac^3 - 0.25$
$182.25 = \frac{2.25}{c} c^3$
$182.25 = 2.25c^2$
$c^2 = 81$
$c = \pm 9$
car $c > 0$
donc $\boxed{c = 9}$

⑤ Retrouver notre a (avec n'importe quelle des 3 équations)

$\frac{2.25}{c} = a$

$\frac{2.25}{9} = a$

$\boxed{0.25 = a}$

⑥ Réponse

$y = ac^x + b$

$\boxed{y = 0.25(9)^x - 0.25}$

$c = 3$
x : nombre de blocs de 45 min.

$a = 100$

3. Une population de bactéries triple à toutes les 45 minutes. S'il y avait initialement 100 bactéries, après combien de temps (en heures) y aura-t-il plus de 2 millions de bactéries?

Méthode 1

Trouver la fonction à partir de l'énoncé.

$y = ac^x + b$

$a = 100$

$c = 3$

x : nb de blocs de 45 minutes

$b = 0$

$\boxed{y = 100(3)^x}$

$2\,000\,000 = 100(3)^x$

$20\,000 = 3^x$

$\log_c p = x \iff c^x = p$

$\log_3(20\,000) = x$ ou $\dfrac{\log(20000)}{\log(3)} = x$

$x = 9.0145$ blocs de 45 minutes

on cherche le nombre d'heures...

9.0145 blocs de 45 min $\times 45$

$= 405.65$ minutes $\div 60$

$\boxed{= 6.76 \text{ heures}}$ ← Réponse

Méthode 2

t : temps en heures (facultatif)
x : nb de blocs de 45 minutes
y : nb de bactéries

t	x	y
0	0	$100 = 100(3)^0$
0.75h	1	$300 = 100(3)^1$
1.5h	2	$100(3)^2$
2.25h	3	$100(3)^3$
⋮	⋮	⋮
t	n	$100(3)^n$ ou $100(3)^{t/0.75}$

$\times 3$, $\times 3$, $\times 3$

donc $y = 100(3)^x$

x : nb de blocs de 45 min

ou $y = 100(3)^{t/0.75}$

t : nb d'heures

$2\,000\,000 = 100(3)^x$

$20\,000 = 3^x$

$\log_3(20\,000) = x$

$\boxed{x \approx 9.01 \text{ blocs de 45 min}}$

$x \approx 405.65$ min

$x \approx 6.76$ heures

$2\,000\,000 = 100(3)^{t/0.75}$

$20\,000 = 3^{t/0.75}$

$\log_3(20000) = \dfrac{t}{0.75}$

$\boxed{6.76 \text{ heures} = t}$

4. Résous l'équation suivante: $2.5(4^{0.5x+3})-9=217$

$$4^{0.5x+3}=90.4$$

$$\log_4(90.4)=0.5x+3$$

$$3.249=0.5x+3$$

$$\boxed{x\approx 0.49825}$$

---

5. Résous l'inéquation suivante: $81(3^{x-2})+4>5$

$$3^{x-2}>\frac{1}{81}$$

Méthode 1

$$3^{x-2}>\frac{1}{81}=\frac{1}{9^2}=9^{-2}=(3^2)^{-2}=3^{-4}$$

$$3^{x-2}>3^{-4}$$

$$x-2>-4$$

$$\boxed{x>-2}$$

Méthode 2

$$3^{x-2}>\frac{1}{81}$$

$$\log(3^{x-2})>\log\left(\frac{1}{81}\right)$$

$$(x-2)\log(3)>\log\left(\frac{1}{81}\right)$$

$$x-2>\frac{\log\left(\frac{1}{81}\right)}{\log(4)}$$

$$x-2>-4$$

$$\boxed{x>-2}$$

Vérification

On choisit au hasard un $x>-2$ et regarde si l'inéquation est vraie.

exemple: $x=0$ $(0>-2)$

$$81(3^{x-2})+4>5$$

$$81(3^{0-2})+4>5$$

$$9+4>5$$

$13>5$ ✓ vrai donc on a le bon signe!

---

6. Résous l'inéquation suivante: $-7(0.6^{3(2x+1)}) + 21 \leq 0$

$$-7(0.6^{3(2x+1)}) \leq -21$$

on change le signe, car on divise par un nombre négatif.

$$0.6^{3(2x+1)} \geq 3$$

$$\log(0.6^{3(2x+1)}) \geq \log(3)$$

$$3(2x+1)\log(0.6) \geq \log(3)$$

car $\log(0.6)$ est négatif !

$$3(2x+1) \leq \frac{\log(3)}{\log(0.6)}$$

En effet, le log d'un nombre entre 0 et 1 est négatif!!

$\log(0.6) \approx -0.2218$

$$x \leq \left(\frac{\frac{\log(3)}{\log(0.6)}}{3} - 1\right)/2$$

$$\boxed{x \leq -0.85844}$$

7. À partir des informations suivantes, trouve la règle de la fonction exponentielle:

1 • **Asymptote: -4** donc $b=-4$
2 • **Ordonnée à l'origine: 3** → $y=3$, quand $x=0$
3 • **Point sur la courbe: (4; 0.5927)**

$y=ac^x+b$

1 $y=ac^x-4$

2 $3=ac^0-4$

$3=a-4$

$\boxed{7=a}$

3 $y=ac^x+b$

$0.5927=7c^4-4$

$c^4=0.6561$

$c=\cancel{\pm}0.9$

↳ car $c>0$

$\boxed{\text{donc} = 0.9}$

4 <u>Réponse</u>

$y=ac^x+b$

$\boxed{y=7(0.9)^x-4}$

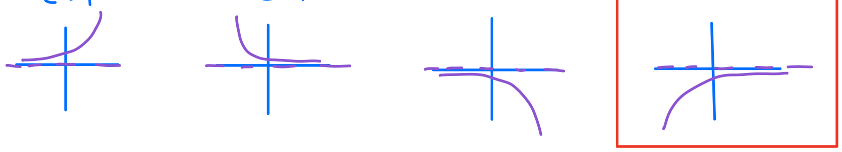
8. Fait l'étude de la fonction suivante. (Trouver le(s) zéro(s), l'asymptote, l'ordonnée à l'origine, le domaine, le codomaine, les extremum, la croissance, la décroissance, le signe, et faire une esquisse du graphique).

$$f(x) = -4\left(0.25^{\frac{1}{2}(x-6)}\right) + 10$$

$$y = ac^{x} + b$$

Rappels

$a>0$, $c>1$ | $a>0$, $0<c<1$ | $a<0$, $c>1$ | $a<0$, $0<c<1$



① Transformer la fonction pour avoir la bonne forme

$y = -4\left(0.25^{\frac{1}{2}(x-6)}\right) + 10$

$y = ac^{x} + b$

car $a^{mn} = (a^{m})^{n}$

$y = -4\left(\left(0.25^{\frac{1}{2}}\right)^{x-6}\right) + 10$

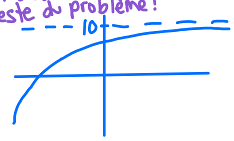
$= -4\left(0.5^{x-6}\right) + 10$

car $a^{m-n} = \frac{a^{m}}{a^{n}}$

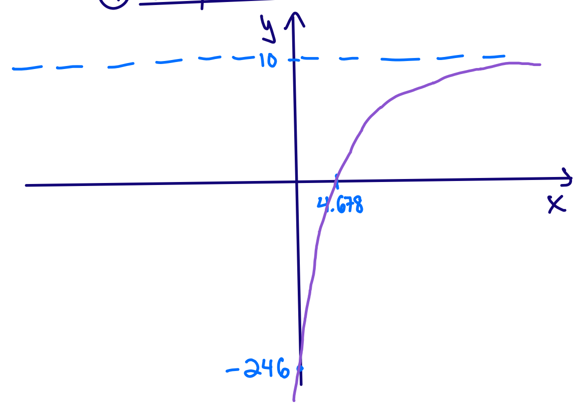
$= -4\left(\frac{0.5^{x}}{0.5^{6}}\right) + 10$

$\boxed{= -256(0.5)^{x} + 10}$ ← à partir de maintenant, on peut travailler avec cette équation pour le reste du problème!

$a = -256$, $c = 0.5$, $b = +10$ } on va avoir la shape:



⑪ Esquisse



② Zéro ($x = ?$, quand $y = 0$)

$0 = -256(0.5)^{x} + 10$

$\boxed{x \approx 4.67807}$

③ asymptote

$y = 10$ (valeur de b)

④ Ordonnée à l'origine ($y = ?$, quand $x = 0$)

$y = -256(0.5)^{0} + 10$

$\boxed{y = -246}$

⑤ Domaine

$x \in \mathbb{R}$

ou

$x \in]-\infty, \infty[$

ou

$x \in (-\infty, \infty)$

⑥ Codomaine

$y \in]-\infty, 10[$

ou

$y \in (-\infty, 10)$

⑦ Extremum

max : $y = 10$

(même si on ne se rend jamais vraiment à 10, donc le vrai max serait plutôt 9.9999999...)

⑧ Croissance

$x \in \mathbb{R}$

ou

$x \in]-\infty, \infty[$

ou

$x \in (-\infty, \infty)$

⑨ Décroissance

$\varnothing$

⑩ Signe

- On regarde les y.
- On exprime la réponse en termes de x.

Signe >0 (strictement positif) : $x \in]4.678 ; \infty[$

Signe <0 (strictement négatif) : $x \in]-\infty ; 4.678[$